

Masalah Kontrol Optimum Penyebaran Covid-19 dengan Memperhatikan Faktor Vaksinasi dan Pengobatan

(Studi Kasus: Dinas Kesehatan Kabupaten Timor Tengah Utara)

Merobertus Malo¹, Leonardus Frengky Obe^{2*}, Faustianus Luan³, Fried Markus Allung Blegur⁴

¹Universitas Timor, Jalan KM 09 Kelurahan Sasi, Kota Kefamenanu

*) frengkyobe@gmail.com

Article Info

Sejarah artikel

Diterima: 01-05-2025

Direvisi: 10-05-2025

Dipublikasikan: 16-05-2025

Article history

Received: 01-05-2025

Revised: 10-05-2025

Published: 16-05-2025

ABSTRAK/ ABSTRACT

Abstrak

Penelitian ini membahas tentang penerapan kontrol optimum pada model penyebaran COVID-19 dengan memperhatikan faktor vaksinasi dan pengobatan. Model yang digunakan melibatkan dua variabel kontrol, yaitu vaksinasi yang diberikan kepada individu rentan serta pengobatan yang diberikan kepada individu yang terinfeksi. Tujuan dari kontrol optimum ini adalah untuk menekan jumlah individu yang terinfeksi di wilayah Kabupaten Timor Tengah Utara. Penyelesaian kontrol optimum dilakukan dengan menerapkan Prinsip Maksimum Pontryagin dan diselesaikan secara numerik menggunakan metode Runge-Kutta orde 4 serta metode sweep maju-mundur. Hasil simulasi numerik menunjukkan bahwa penerapan kombinasi antara vaksinasi dan pengobatan merupakan strategi paling efektif dalam menurunkan jumlah kasus infeksi.

Kata Kunci: COVID-19, Vaksinasi, Pengobatan, Kontrol Optimum, Metode Runge Kutta Orde-4

Abstract

This research discusses the implementation of optimal control in the model of COVID-19 spread, taking into account the factors of vaccination and treatment. The model used involves two control variables, namely vaccination given to susceptible individuals and treatment given to infected individuals. The objective of this optimal control is to reduce the number of infected individuals in the Timor Tengah Utara Regency. The optimal control solution is obtained by applying Pontryagin's Maximum Principle and solved numerically using the 4th-order Runge-Kutta method and the forward-backward sweep method. The numerical simulation results show that the combination of vaccination and treatment is the most effective strategy in reducing the number of infection cases.

Keywords : COVID-19, Vaccination, Treatment, Optimum Control, Runge Kutta Order-4 Method

Corresponding Author:

Nama: Leonardus Frengky Obe

Email: frengkyobe@gmail.com

This is an open access article under the [CC BY](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/) license



A. Pendahuluan

Penyakit menular merupakan kondisi yang disebabkan oleh infeksi agen mikroorganisme patogen, seperti virus, bakteri, jamur, protozoa, organisme multiseluler, serta prion yakni protein yang mengalami kelainan. Penularan penyakit ini dapat terjadi melalui kontak langsung dengan individu yang terinfeksi, baik melalui sentuhan maupun percikan cairan tubuh (*droplet*). Selain itu, penyebarannya juga dapat berlangsung secara tidak langsung, misalnya melalui udara (*airborne*), benda yang telah terkontaminasi, makanan atau air yang tercemar, interaksi dengan hewan atau lingkungannya, gigitan serangga, serta berbagai faktor lingkungan lainnya[2].

Salah satu penyakit menular yang pernah menyebar di Indonesia adalah COVID-19, yang disebabkan oleh virus SARS-CoV-2. Penyakit ini pertama kali teridentifikasi pada Desember 2019 di Wuhan, ibu kota Provinsi Hubei, Tiongkok, dan kemudian menyebar ke seluruh dunia, menyebabkan pandemi global pada 2019–2020. Gejala umum COVID-19 meliputi demam, batuk, dan sesak napas, sementara gejala lainnya dapat berupa nyeri otot, diare, sakit tenggorokan, kehilangan kemampuan mencium bau, serta sakit perut. Meskipun sebagian besar kasus hanya menunjukkan gejala ringan, beberapa dapat berkembang menjadi pneumonia virus dan kegagalan multiorgan[8].

Menghentikan penyebaran COVID-19 tidak hanya bergantung pada pencegahan penularan, tetapi juga perlu didukung dengan meningkatkan imunitas tubuh agar masyarakat lebih mampu melawan risiko infeksi. Imunitas dapat ditingkatkan dengan mengonsumsi vitamin, memanfaatkan paparan sinar matahari di pagi hari, melakukan aktivitas fisik ringan selama beberapa menit, serta menjalani vaksinasi.[14]. Selain pencegahan, penanganan COVID-19 juga dapat dilakukan melalui pengobatan. Di Indonesia, pemberian obat COVID-19 dibagi ke dalam empat kategori berdasarkan kondisi pasien, yaitu pasien tanpa gejala (OTG), pasien dengan gejala ringan, pasien dengan kondisi sedang, dan pasien dengan kondisi

berat. Untuk pasien OTG, pengobatan meliputi pemberian vitamin C dalam bentuk tablet atau multivitamin yang mengandung vitamin C, B, E, serta zinc. Sementara itu, pasien dengan gejala ringan hingga berat diberikan vitamin C tablet, klorokuin fosfat atau hidroksiklorokuin, serta azitromisin atau alternatif levofloksasin. Jika diperlukan, pasien juga dapat menerima oseltamivir atau favipiravir. Khusus untuk pasien dengan kondisi berat, tambahan obat berupa hidrokortison dapat diberikan[9].

Kabupaten Timor Tengah Utara (TTU) merupakan salah satu wilayah pemerintahan di Provinsi Nusa Tenggara Timur (NTT). Berdasarkan data dari Gugus Tugas "Tim Gerak Cepat" COVID-19 Kabupaten TTU, kasus pertama COVID-19 di wilayah ini terkonfirmasi pada 9 Juli 2020 dengan satu kasus positif. Pada 2 Oktober 2020, jumlah kasus yang terkonfirmasi meningkat menjadi dua, dengan rincian satu pasien masih dalam perawatan dan satu pasien telah dinyatakan sembuh[7]. Pada 27 Januari 2021, tercatat bahwa 71,5% kasus COVID-19 di Kabupaten TTU berasal dari pelaku perjalanan. Total kasus *suspect* COVID-19 saat itu mencapai 69 orang, dengan 27 orang masih dirawat dan 40 orang telah sembuh[10]. Pada pertengahan tahun 2021, penyebaran COVID-19 di Kabupaten TTU mengalami lonjakan signifikan. Dalam waktu singkat, jumlah kasus meningkat drastis dari hanya 10 kasus menjadi 41 kasus yang tersebar di berbagai wilayah[3].

Kontrol optimal merupakan metode yang efektif dalam menganalisis dinamika serta pengendalian penyebaran COVID-19. Kontrol optimum umumnya menunjukkan bahwa strategi vaksinasi dan pengobatan merupakan strategi-strategi yang dibutuhkan dalam pengendalian penyakit menular. Asumsi bahwa pengontrolan dengan penggunaan strategi ini dapat mempengaruhi kemampuan virus dalam menginfeksi merupakan dasar penggunaan metode kontrol optimum[15]. Selain itu, kontrol optimal juga berfungsi sebagai model optimasi untuk menentukan nilai fungsi kontrol dalam sistem dinamik. Model ini dirancang agar memenuhi kendala tertentu (*constraint*) dengan tujuan meminimalkan atau memaksimalkan fungsi objektif dalam pengendalian penyakit[1].

B. Metode Penelitian

Penelitian ini merupakan penelitian kuantitatif dengan pendekatan studi kasus di Dinas Kesehatan Kabupaten TTU. Studi ini bertujuan untuk menerapkan model kontrol optimum dalam penyebaran COVID-19 dengan mempertimbangkan faktor vaksinasi dan pengobatan di Kabupaten TTU. Data yang digunakan berasal dari laporan resmi Dinas Kesehatan Kabupaten TTU. Adapun langkah-langkah dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

Pengumpulan Data

- Melakukan wawancara dengan tenaga kesehatan di Dinas Kesehatan untuk memahami strategi pengendalian COVID-19 yang telah diterapkan.
- Melakukan pengisian kuesioner oleh tenaga kesehatan Dinas Kesehatan untuk mendapatkan informasi mengenai tingkat vaksinasi dan pengobatan COVID-19 di Kabupten TTU.
- Mengumpulkan data terkait jumlah individu rentan, tervaksin, terinfeksi, dan sembuh

Penerapan Model Matematika

- Menyesuaikan model penyebaran COVID-19 tipe SVIR (*Susceptible-Vaccinated-Infected-Recovered*) dengan parameter yang sesuai dengan kondisi di Kabupaten TTU.
- Menerapkan kontrol optimum untuk mengoptimalkan strategi vaksinasi dan pengobatan.

Analisis Data dan Simulasi

- Menganalisis data kuesioner dan wawancara untuk mendapatkan nilai parameter model yang sesuai dengan kondisi riil di lapangan.
- Menjalankan simulasi dengan metode Runge-Kutta Orde 4 untuk memverifikasi efektivitas strategi yang diterapkan menggunakan *software matlab*.

C. Hasil dan Pembahasan

Penerapan Masalah Kontrol Optimum Penyebaran COVID-19

Tujuan kontrol optimum pada model penyebaran COVID-19 yaitu meminimumkan jumlah individu I . Fungsional objektif dibentuk berdasarkan persamaan (1) sebagai berikut :

$$J(u_1, u_2) = \int_{t_0}^T \left[A_0 I(t) + \left(\frac{1}{2} A_1 u_1^2(t) + \frac{1}{2} A_2 u_2^2(t) \right) \right] dt \quad (1)$$

dengan I menyatakan populasi individu terinfeksi dan $\frac{1}{2} A_1 u_1^2 + \frac{1}{2} A_2 u_2^2$ mempresentasikan biaya sistematis dari pemberian vaksinasi dan pengobatan. Konstanta A_0 merupakan parameter bobot biaya yang dikenakan pada individu terinfeksi sedangkan konstanta A_1 dan A_2 merupakan parameter bobot biaya yang dikenakan pada kontrol u_1 dan u_2 . Kontrol u_1 menyatakan vaksinasi dan kontrol u_2 menyatakan pengobatan. Sehingga fungsional objektifnya adalah meminimumkan jumlah populasi I [13].

Kendala dalam penelitian ini dibentuk berdasarkan persamaan (8), sehingga kendala dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

$$\frac{dS}{dt} = \Lambda N + \eta V - \frac{\beta IS}{N} - (u_1 + \mu) S \quad (2)$$

$$\frac{dV}{dt} = u_1 S - \frac{\sigma \beta IV}{N} - (\eta + \mu) V \quad (3)$$

$$\frac{dI}{dt} = \frac{\beta IS}{N} + \frac{\sigma \beta IV}{N} - (\gamma + u_2 + \mu + \xi) I \quad (4)$$

$$\frac{dR}{dt} = (u_2 + \gamma) I - \mu R \quad (5)$$

Dengan kondisi awal $S(0) = S_0, V(0), I(0) = I_0, R(0) = R_0$, dan $0 \leq u_1, u_2 \leq 1$

Penyelesaian Masalah Kontrol Optimum Penyebaran COVID-19

Langkah pertama untuk menyelesaikan masalah kontrol optimum adalah membentuk fungsi Hamiltonian untuk mendapatkan sistem yang optimum. Bentuk fungsi Hamiltonian adalah sebagai berikut :

$$\begin{aligned} H = & A_0 I + \frac{1}{2} A_1 u_1^2 + \frac{1}{2} A_2 u_2^2 + \lambda_1 \left(\Lambda N + \eta V - \frac{\beta IS}{N} - (u_1 + \mu) S \right) \\ & + \lambda_2 \left(u_1 S - \frac{\sigma \beta IV}{N} - (\eta + \mu) V \right) + \lambda_3 \left(\frac{\beta IS}{N} + \frac{\sigma \beta IV}{N} - (\gamma + u_2 + \mu + \xi) I \right) \\ & + \lambda_4 ((u_2 + \gamma) I - \mu R) \end{aligned} \quad (6)$$

dengan $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$, dan λ_4 sebagai variabel-variabel *costate*. Setelah dibentuk fungsi Hamiltonian selanjutnya ditentukan persamaan *state*, persamaan *costate*, dan kondisi stasioner. Berdasarkan prinsip Pontryagin, fungsi Hamiltonian mencapai solusi optimum jika persamaan *state*, persamaan *costate* dan kondisi stasioner terpenuhi.

1. Persamaan State

Persamaan *state* diperoleh dengan menurunkan fungsi Hamiltonian terhadap masing-masing λ sebagai berikut :

$$\begin{aligned}\dot{S} &= \frac{\partial H}{\partial \lambda_1} = \Lambda N + \eta N - \frac{\beta IS}{N} - (u_1 + \mu)S \\ \dot{V} &= \frac{\partial H}{\partial \lambda_2} = u_1 S - \frac{\sigma \beta IV}{N} - (\eta + \mu)V \\ \dot{I} &= \frac{\partial H}{\partial \lambda_3} = \frac{\beta IS}{N} + \frac{\sigma \beta IV}{N} - (\gamma + u_2 + \mu + \xi)I \\ \dot{R} &= \frac{\partial H}{\partial \lambda_4} = (u_2 + \gamma)I - \mu R\end{aligned}\quad (7)$$

2. Persamaan Costate

Persamaan *costate* merupakan nilai negatif dari fungsi Hamiltonian yang diturunkan terhadap variabel-variabel *state*, yaitu :

$$\begin{aligned}\dot{\lambda}_1 &= \lambda_1 \left(\frac{\beta I}{N} + u_1 + \mu \right) - \lambda_2 u_1 - \lambda_3 \frac{\beta I}{N} \\ \dot{\lambda}_2 &= -\lambda_1 \eta + \lambda_2 \left(\frac{\sigma \beta I}{N} + \eta + \mu \right) - \lambda_3 \frac{\sigma \beta I}{N} \\ \dot{\lambda}_3 &= -A_0 + \lambda_1 \frac{\beta S}{N} - \lambda_2 \frac{\sigma \beta V}{N} + \lambda_3 \left(-\frac{\beta S}{N} - \frac{\sigma \beta V}{N} + \gamma + u_2 + \mu + \xi \right) - \lambda_4 (u_2 + \gamma) \\ \dot{\lambda}_4 &= \lambda_4 \mu\end{aligned}\quad (8)$$

dengan kondisi transversal yaitu : $\dot{\lambda}_1(t) = \dot{\lambda}_2(t) = \dot{\lambda}_3(t) = \dot{\lambda}_4(t) = 0$

3. Kondisi stasioner

➤ Kondisi stasioner u_1

$$\frac{\partial H}{\partial u_1} = 0 \Leftrightarrow A_1 u_1 - \lambda_1 S + \lambda_2 S = 0$$

$$A_1 u_1 = \lambda_1 S - \lambda_2 S$$

$$u_1^* = \frac{(\lambda_1 - \lambda_2)S}{A_1}\quad (9)$$

➤ Kondisi stasioner u_2

$$\begin{aligned}
\frac{\partial H}{\partial u_2} &= 0 \leftrightarrow A_2 u_2 - \lambda_3 I + \lambda_4 I = 0 \\
A_2 u_2 &= \lambda_3 I - \lambda_4 I \\
u_2^* &= \frac{(\lambda_3 - \lambda_4)I}{A_2}
\end{aligned} \tag{10}$$

Jadi, kontrol optimal u_1^* dan u_2^* dapat dinyatakan sebagai :

$$u_1^* = \max \left\{ 0, \min \left(\frac{(\lambda_1 - \lambda_2)S}{A_1}, 1 \right) \right\}$$

dan

$$u_2^* = \max \left\{ 0, \min \left(\frac{(\lambda_3 - \lambda_4)I}{A_2}, 1 \right) \right\}$$

4. Menentukan Kondisi Optimum

Sistem yang optimum diperoleh dengan mensubstitusikan persamaan (9) dan (10) ke dalam sistem persamaan *State* dan *Costate* sehingga diperoleh sistem yang optimum sebagai berikut :

Persamaan *state* :

$$\begin{aligned}
\dot{S}^* &= \frac{\partial H}{\partial \lambda_1} = \Lambda N + \eta N - \frac{\beta IS}{N} - \left(\frac{(\lambda_1 - \lambda_2)S}{A_1} + \mu \right) S \\
\dot{V}^* &= \frac{\partial H}{\partial \lambda_2} = \left(\frac{(\lambda_1 - \lambda_2)S}{A_1} \right) S - \frac{\sigma \beta IV}{N} - (\eta + \mu)V \\
\dot{I}^* &= \frac{\partial H}{\partial \lambda_3} = \frac{\beta IS}{N} + \frac{\sigma \beta IV}{N} - \left(\gamma + \frac{(\lambda_3 - \lambda_4)I}{A_2} + \mu + \xi \right) I \\
\dot{R}^* &= \frac{\partial H}{\partial \lambda_4} = \left(\frac{(\lambda_3 - \lambda_4)I}{A_2} + \gamma \right) I - \mu R
\end{aligned} \tag{11}$$

Persamaan *Costate* :

$$\begin{aligned}
\dot{\lambda}_1^* &= \lambda_1 \left(\frac{\beta I}{N} + \frac{(\lambda_1 - \lambda_2)S}{A_1} + \mu \right) - \lambda_2 \left(\frac{(\lambda_1 - \lambda_2)S}{A_1} \right) - \lambda_3 \frac{\beta I}{N} \\
\dot{\lambda}_2^* &= -\lambda_1 \eta + \lambda_2 \left(\frac{\sigma \beta I}{N} + \eta + \mu \right) - \lambda_3 \frac{\sigma \beta I}{N} \\
\dot{\lambda}_3^* &= -A_0 + \lambda_1 \frac{\beta S}{N} - \lambda_2 \frac{\sigma \beta V}{N} + \lambda_3 \left(-\frac{\beta S}{N} - \frac{\sigma \beta V}{N} + \gamma + \frac{(\lambda_3 - \lambda_4)I}{A_2} + \mu + \xi \right) - \lambda_4 \left(\frac{(\lambda_3 - \lambda_4)I}{A_2} \gamma \right) \\
\dot{\lambda}_4^* &= \lambda_4 \mu
\end{aligned} \tag{12}$$

Simulasi Numerik

Pada simulasi numerik ini terdapat tiga skenario yang akan dikaji yaitu seperti pada tabel 1

Tabel 1. Skenario Pemberian Kontrol.

Skenario	Kontrol u_1	Kontrol u_2
I	On	Off
II	Off	On
III	On	On

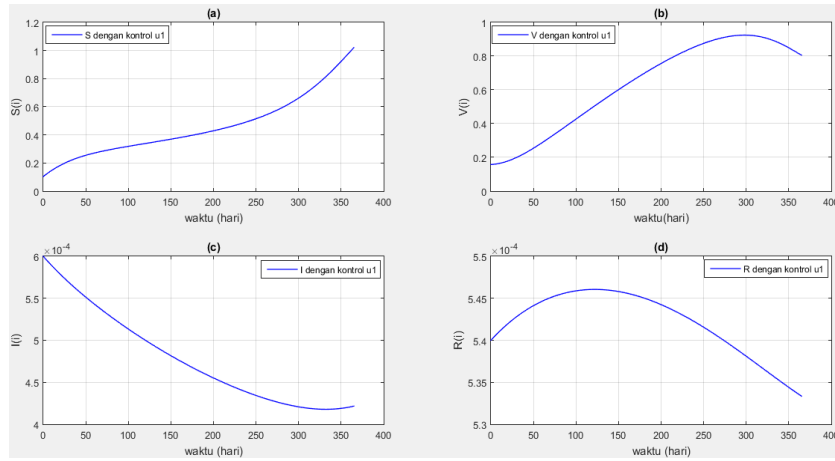
Tiga skenario di atas bertujuan untuk melihat pengaruh efektivitas kontrol u_1 dan u_2 menggunakan *Software Matlab*, dengan $S(0) = 0,103909$, $V(0) = 0,157619$, $I(0) = 0,0006$ dan $R(0) = 0,000540$, nilai variabel S, V, I, R diperoleh dari data [6] serta asumsi pribadi dan nilai $N = 0,262698$, yang didapatkan dari [5]. Jangka waktu yang digunakan adalah 365 hari. Nilai parameter disajikan pada Tabel 2.

Tabel 2. Nilai Parameter.

Notasi	Nilai	Sumber
Λ	0,0202666	[5]
σ	0,0011419	Asumsi
η	0,0027	[12]
β	0,0007142857143	[11]
γ	0,001042	[12]
μ	0,0009516	Asumsi
ξ	0,00022114	[12]
u_1	0,009	Asumsi
u_2	0,08	Asumsi

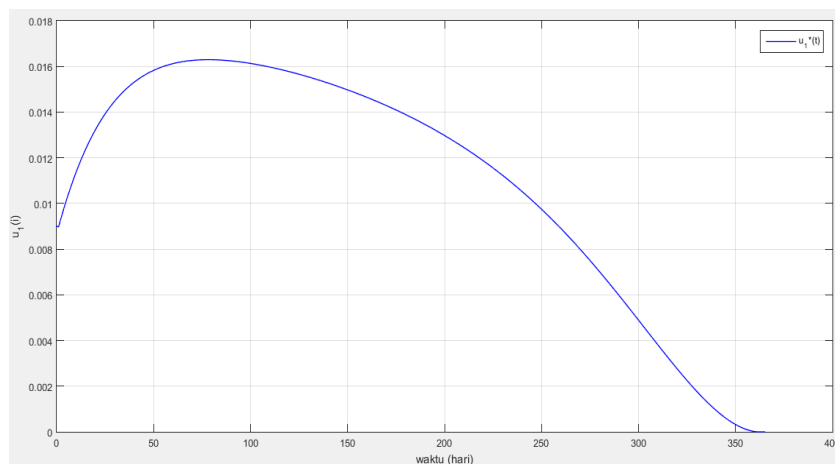
Skenario I

Pada Skenario I diterapkan kontrol vaksinasi (u_1) saja tanpa kontrol pengobatan ($u_2 = 0$). Vaksinasi diberikan dengan bobot biaya $A_1 = 0,6$ dengan nilai awal $u_1 = 0,009$. Hasil simulasi numerik dapat dilihat pada gambar 4.1.



Gambar 4.1 Model Penyebaran COVID-19 Dengan Kontrol Vaksinasi (u_1)

Gambar 4.1 menunjukkan model penyebaran COVID-19 dengan kontrol vaksinasi u_1 dalam rentang waktu 0 hingga 365 hari. Hasil simulasi menunjukkan bahwa dengan menerapkan kontrol vaksinasi saja dapat meningkatkan jumlah individu ter vaksin dan meminimumkan jumlah individu terinfeksi namun tidak begitu signifikan.



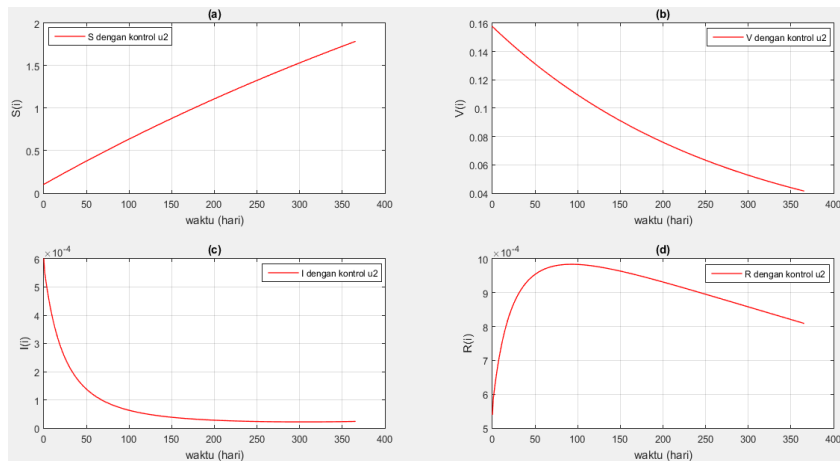
Gambar 4.2 kontrol Vaksinasi (u_1).

Pemberian kontrol pada skenario I, yaitu u_1 diilustrasikan pada gambar 4.2. Kontrol u_1 diberikan sekitar angka 0,009.

Skenario II

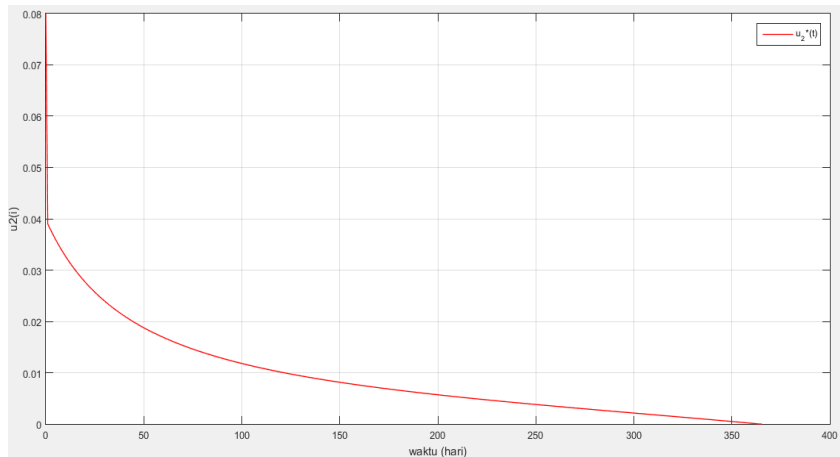
Pada Skenario II diterapkan kontrol pengobatan (u_2) saja tanpa kontrol vaksinasi ($u_1 = 0$). Pengobatan diberikan dengan bobot biaya $A_2 = 1$ dengan nilai awal

$u_2 = 0,08$. Hasil simulasi numerik dapat dilihat pada gambar 4.3.



Gambar 4.3 Model Penyebaran COVID-19 Dengan Kontrol Pengobatan (u_2).

Gambar 4.3 menunjukkan model penyebaran COVID-19 dengan kontrol pengobatan u_2 dalam rentang waktu 0 hingga 365 hari. Hasil simulasi menunjukkan bahwa dengan menerapkan kontrol pengobatan saja dapat meminimumkan jumlah individu terinfeksi dan meningkatkan jumlah individu sembuh namun individu terinfeksi berkurang seiring berjalannya waktu.

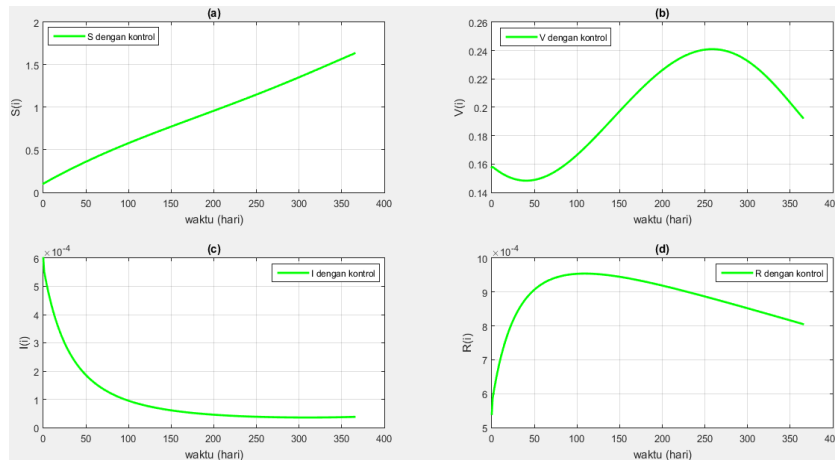


Gambar 4.4 Kontrol Pengobatan (u_2).

Pemberian kontrol pada skenario II, yaitu u_2 diilustrasikan pada gambar 4.4. Kontrol u_2 diberikan pada angka 0,08.

Skenario III

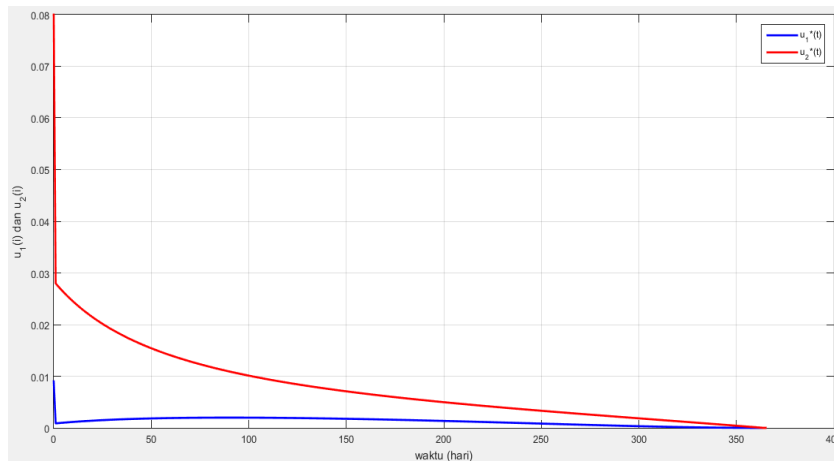
Pada Skenario III diterapkan kombinasi kontrol vaksinasi (u_1) dan kontrol pengobatan (u_2). Kontrol vaksinasi dan pengobatan diberikan bobot biaya 0,6 dan dengan nilai awal $u_1 = 0,009$ dan $u_2 = 0,08$. Hasil simulasi dapat dilihat pada gambar 4.3. Gambar ini menunjukkan dinamika penyebaran COVID-19 ketika kedua kontrol vaksinasi (u_1) dan pengobatan (u_2) diterapkan secara bersamaan dalam rentang waktu 0 hingga 365 hari.



Gambar 4.5 Model Penyebaran COVID-19 Dengan Kontrol Vaksinasi u_1 dan Pengobatan u_2

Hasil simulasi menunjukkan bahwa dengan menerapkan kombinasi antara kontrol vaksinasi dan pengobatan dapat meminimumkan jumlah individu terinfeksi dan meningkatkan jumlah individu sembuh dan tervaksin.

Dibandingkan dengan penerapan kontrol u_1 atau u_2 secara terpisah, kombinasi kedua kontrol ini lebih efektif dalam menekan jumlah individu yang terinfeksi hingga hampir nol, ini menunjukkan bahwa strategi vaksinasi dan pengobatan yang optimal dapat secara signifikan mengendalikan penyebaran COVID-19 dalam populasi.



Gambar 4.6 Kontrol Vaksinasi (u_1) dan Pengobatan (u_2).

Pemberian kontrol pada skenario III, yaitu u_1 dan u_2 diilustrasikan pada gambar 4.6. Pada skenario III, kontrol u_1 diberikan pada angka 0,009. Sementara itu kontrol u_2 diberikan pada angka 0,08.

Hasil Simulasi menunjukkan bahwa kombinasi vaksinasi dan pengobatan adalah strategi paling efektif dalam menekan jumlah populasi terinfeksi COVID-19. Vaksinasi saja dapat meningkatkan jumlah populasi tervaksin dan menurunkan populasi terinfeksi tetapi kurang efektif, sementara pengobatan saja efektif untuk mengurangi jumlah populasi terinfeksi tetapi populasi tervaksin mengalami penurunan secara terus menerus. Dengan menerapkan kedua kontrol secara bersamaan, jumlah populasi terinfeksi dapat ditekan hingga hampir nol. Oleh karena itu, kombinasi kontrol vaksinasi dan pengobatan direkomendasikan untuk mengendalikan penyebaran COVID-19 secara optimal.

D. Kesimpulan

Berdasarkan hasil penelitian yang dilakukan mengenai masalah kontrol optimum penyebaran COVID-19 dengan memperhatikan faktor vaksinasi dan pengobatan, maka dapat disimpulkan hal-hal berikut:

1. Penerapan model penyebaran COVID-19 tipe *SVIR* ke dalam masalah kontrol optimum dalam penelitian ini dilakukan melalui pendekatan

Prinsip Maksimum Pontryagin. Model SVIR yang digunakan merujuk pada penelitian [12] yang hanya menganalisis dinamika penyebaran COVID-19 tanpa mempertimbangkan kontrol. Model tersebut membagi populasi menjadi empat kompartemen, yaitu individu rentan (S), ter vaksin (V), terinfeksi (I), dan sembuh (R). Dalam penelitian ini, model tersebut kemudian dikembangkan lebih lanjut dengan menambahkan dua variabel kontrol, yaitu vaksinasi dan pengobatan. Dengan fungsional objektifnya sebagai berikut :

$$J(u_1, u_2) = \int_{t_0}^T \left[A_0 I(t) + \left(\frac{1}{2} A_1 u_1^2(t) + \frac{1}{2} A_2 u_2^2(t) \right) \right] dt$$

Dengan tujuan untuk meminimumkan jumlah individu terinfeksi

2. Model dinamika penyebaran COVID-19 dengan dua skenario kontrol yaitu (u_1) vaksinasi pada populasi (S) dan (u_2) pengobatan pada populasi (I) diperoleh sebagai berikut :

$$\begin{aligned} \frac{dS}{dt} &= \Lambda N + \eta V - \frac{\beta IS}{N} - (\tau + \mu) S \\ \frac{dV}{dt} &= \tau S - \frac{\sigma \beta IV}{N} - (\eta + \mu) S \\ \frac{dI}{dt} &= \frac{\beta IS}{N} + \frac{\sigma \beta IV}{N} - (\gamma + \theta + \mu + \xi) I \\ \frac{dR}{dt} &= (\theta + \gamma) I - \mu R \end{aligned}$$

3. Bentuk kontrol yang paling optimum menggunakan Prinsip Minimum Pontryagin adalah sebagai berikut :

$$\begin{aligned} u_1^* &= \max \left\{ 0, \min \left(\frac{(\lambda_1 - \lambda_2) S}{A_1}, 1 \right) \right\} \\ u_2^* &= \max \left\{ 0, \min \left(\frac{(\lambda_3 - \lambda_4) I}{A_2}, 1 \right) \right\} \end{aligned}$$

Solusi numeriknya dilakukan menggunakan *software Matlab R2015a* dengan menerapkan tiga skenario sehingga dari ketiga skenario yang diuji, kombinasi antara vaksinasi dan pengobatan merupakan strategi kontrol yang paling efektif dalam upaya pengendalian penyebaran COVID-19. Strategi ini mampu menekan

jumlah individu terinfeksi dan dapat meningkatkan populasi tervaksin dan populasi sembuh.

E. Daftar Pustaka

- [1] Armandani, Z., & Faud, Y. (2021). Penerapan Model SEQIR Dengan Kontrol Optimal Pada Sistem Dinamik Pandemi Covid-19. *Jurnal Ilmiah Matematika*, 09(02), 366–379.
- [2] Bainus, A., & Rachman, J. B. (2020). Editorial: Pandemi Penyakit Menular (Covid-19) Hubungan Internasional. *Intermestic: Journal of International Studies*, 4(2), 111. <https://doi.org/10.24198/intermestic.v4n2.1>
- [3] Besie, S. (2021). *Waspada, Kasus COVID-19 di Timor Tengah Utara Terus Bertambah*. SINDONEWS.COM. <https://daerah.sindonews.com/read/474228/174/waspada-kasus-covid-19-di-timor-tengah-utara-terus-bertambah>.
- [4] BPS Kab.TTU. (2022). *Timor Tengah Utara Dalam Angka 2022*. Badan Pusat Statistik Kabupaten TTU. <https://timortengahutarakab.bps.go.id/id/publication/2022/02/25/596d1dd19f0aef0ff67e875b/kabupaten-timor-tengah-utara-dalam-angka-2022.html>.
- [5] BPS Prov.NTT. (2024). *Jumlah Kelahiran Bayi, 2021-2023*. Badan Pusat Statistik Provinsi NTT. <https://ntt.bps.go.id/id/statistics-table/2/MjMzIzI=/jumlah-kelahiran-bayi.html>
- [6] Dinkes Kab.TTU. (2025). *COVID-19 Kabupaten TTU(2021)*.
- [7] Eva, B., Fuin, M. D. L., & Liunpkas, E. (2022). ANALISIS SURVIVAL PADA PASIEN COVID-19 DI KABUPATEN TIMOR TENGAH UTARA (TTU). *STATMAT (Jurnal Statistika Dan Matematika)*, 4(1), 87–95.
- [8] Hendriyani, M., Artini, N. M., & Tatyana, T. (2021). Dampak Pandemi Covid 19 Terhadap Dunia Pendidikan. *Kompleksitas: Jurnal Ilmiah Manajemen, Organisasi Dan Bisnis*, 10(2), 13–21. <https://doi.org/10.56486/kompleksitas.vol10no2.128>
- [9] Ihsan, S., Sabarudin, S., Nuralifah, N., Malina, R., Trinovitasari, N., Anwar, I., Baharudin, N. A., & Hikbar, H. A. (2023). Evaluasi Pengobatan Covid-19 di Rumah Sakit Bahteramas Provinsi Sulawesi Tenggara Tahun 2020-2021. *Jurnal Mandala Pharmacon Indonesia*, 9(1), 71–79. <https://doi.org/10.35311/jmpi.v9i1.300>
- [10] Kota, D. (2021). *71,5% kasus covid-19 di kabupaten TTU sumbangan pelaku perjalanan*. POS-KUPANG.COM. <https://kupang.tribunnews.com/2021/01/27/715-kasus-covid-19-di-kabupaten-ttu-sumbangan-pelaku-perjalanan>
- [11] Manaqib, M., Azizah, M., S, E. H., Pratiwi, S., & Maulana, R. A. (2021).

- Analisis Model Matematika Penyebaran Penyakit COVID-19 Dengan Lockdown Dan Karantina. *Jurnal Ilmu Matematika Dan Terapan*, 15(3), 479–492.
- [12] Nuha, A. R., Achmad, N., & Supu, N. (2021). Analisis Model Matematika Penyebaran Covid-19 Dengan Intervensi Vaksinasi Dan Pengobatan. *Jurnal Matematika UNAND*, 10(3), 406–422.
- [13] Obe, L., Bakhtiar, T., & Nugrahani, E. (2018). Masalah Kontrol Optimum Linear Penyebaran Virus Hiv Melalui Penggunaan Dua Jenis Obat. *Journal of Mathematics and Its Applications*, 17(2), 115–127. <https://doi.org/10.29244/jmap.17.2.115-127>
- [14] Rahayu, D., Rahmawati, E. Q., Sucipto, Rinawati, F., Santoso, P., & Atmojo, D. S. (2021). Edukasi Vaksinasi Covid 19. *Jurnal Peduli Masyarakat*, 3(4), 423–430. <https://doi.org/10.33857/pajoco.v2i1.523>
- [15] Sianipar, A. D. R., & Sinaga, L. P. (2024). Kontrol Optimal pada Model Penyebaran SARS-CoV-2 dengan Pelaksanaan Testing dan Perawatan. *Journal of Multidisciplinary Research and Development*, 6(1), 94–105